



あたたかい対話がつくりだす



中学校数学の深い学び

横浜国立大学 池田 敏和



教授用資料

本資料は、「教科書発行者行動規範」に則ったものです。



学校図書株式会社

あたたかい対話がつくりだす 中学校数学の深い学び



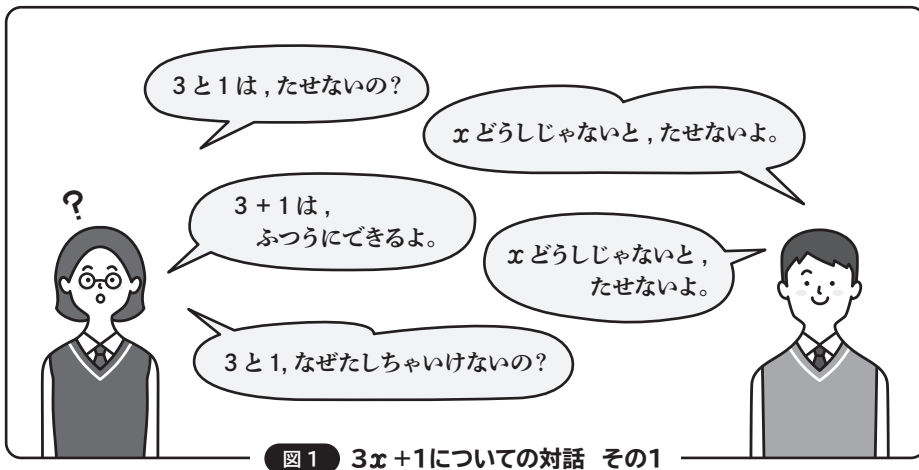
CONTENTS

1	まずは、「わからない」から始めよう！	1
2	対話が生み出す深い学び	3
	(1) なぜ、対話的な学びか	3
	(2) 対話的な学びのプロセスと教師の役割	6
	(3) 多様な表現様式と数学の特性	8
3	「あたたかい対話」という言葉に込めた数学教育の展望	9
4	友だちの考えをよむ場面を取り上げよう！	15
5	「わからない」に向き合う生徒を育てよう！	18

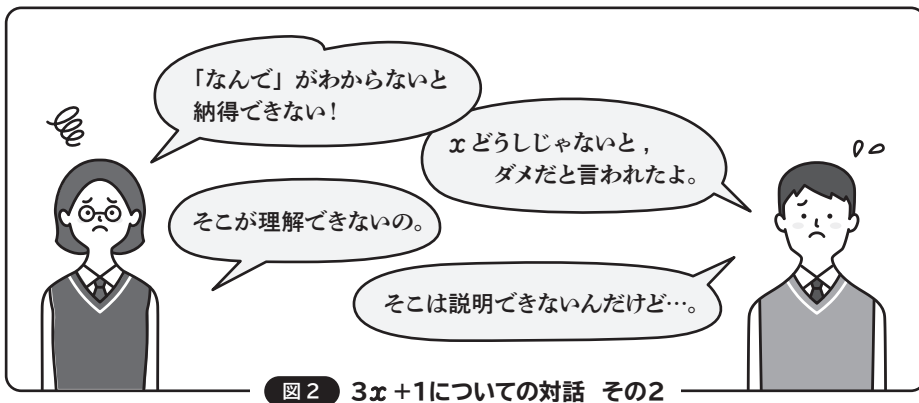


1 まずは、「わからない」から始めよう！

中学1年の数学の授業の中で，二人の生徒が「 $3x+1$ 」について議論していた。



わからないという女子生徒に，男子生徒が教えているかのように見える対話であった。しかし，女子生徒は，「 x どうしじゃないとたせないよ」という言葉を繰り返す男子生徒の説明に納得することができず，さらなる疑問をぶつけていった。



「なんで」そうなるかを追究している女子生徒に、男子生徒はうまく応えることができず、男子生徒は、なぜそうなるのかを説明できない自分に気が付き始めた。女子生徒のわからないという知的正直さが互いに共有され、なぜそうなるのかを説明する必要性が見えてきたわけである。

数学の授業では、ある生徒が「わからない」といったとき、それはよくないことと思われてしまうときがある。例えば、ここで取り上げた文字式の計算は「同じ文字の係数だけたしたりひいたりする」というやり方だけに目が向いてしまい、先生の言葉を受けてすぐに「わかりました」と問題をすいすい解く生徒が、頭のよい生徒だと思われてしまうことがある。しかし、生徒の中には「どうして同じ文字の係数だけたすのだろう？」と疑問を抱く生徒がいる。ともすると、「どうして？」と考えてしまう生徒は理解が遅いと思われてしまうかもしれない。しかし、本当にそうであろうか。

先生に教わってすぐ問題に取り掛かる生徒は「いわれた通りにやれば正解が出るから、これでいいんだ」と思っている、いわば「わかったつもり」の状態ともいえる。一方、「どうして？」と立ち止まって考える生徒は、文字式の計算のしくみそのものを知ろうとしていると捉えることができる。教わったことをただやるのではなく、自ら問いを見出し、より深く文字式の計算を理解しようとしているのかもしれない。

数学の問題を出すと、「時間がもったいないから、早く答えを教えて」という生徒がいる。逆に、「今はじっくり考えているから、答えはいわないで」という生徒がいる。特に数学に関しては、早く問題が解ければいいとスピード勝負のように捉えている人もいるかもしれない。しかし、数学の授業は考える力を養う場である。「わかったつもり」にならず、文字式の計算のしくみを理解しようとする方が、知的に素晴らしい姿勢だと言える。もちろん、公式やしくみなどを理解するのは、簡単なことではない。一つのことを考え続けるのは、大人であっても大変である。それでも、生徒なりに「ああでもない、こうでもない」と試行錯誤しながら、自分で「わかる」にたどり着く。「すぐにはわからなかったけれど、頑張って答えに行き着いた」という経験は、その生徒の人間形成においてもとても大きな意味を





持つはずである。まして、その「わかる」に至る過程を楽しんでいることができたなら、なおさら意義がある。理解の早い、遅いではなく、自分なりに問いを立てて深くわかろうとする生徒の姿勢が、今よりもっと評価されるようになっていかなければならない。

2 対話が生み出す深い学び

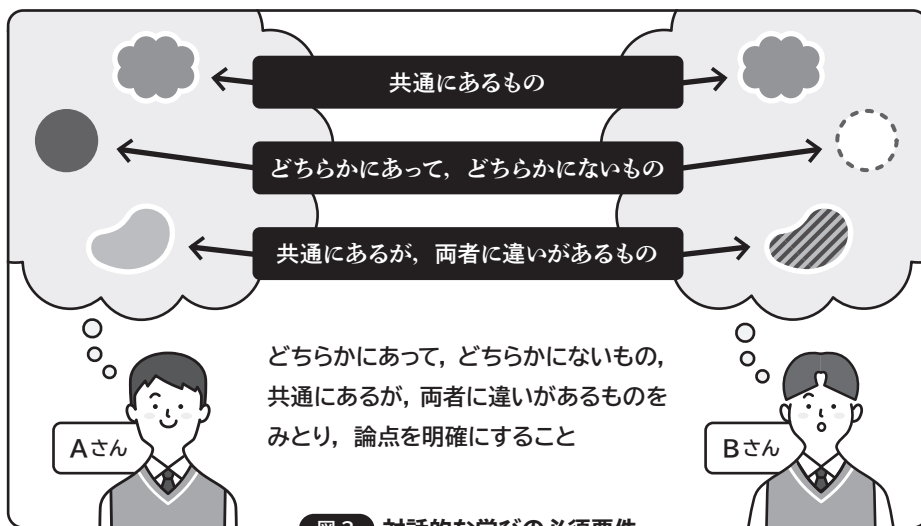
前述の対話では、女子生徒の知的正直さによって、男子生徒も自分が形式的な知識であったことに気付かされた。対話は、両者の中に食い違いを引き起こし、お互いの理解を深めるきっかけをつくり出していることがわかる。このような学びは、家で一人でコンピュータを使って学ぶより、学校でみんなと学ぶからこそ期待できる、より深いより幅広い学習だと言える。ここでは、なぜ対話的な学びなのかを述べた上で、そのプロセスと教師の役割、また、数学という教科のもつ特性がここに大きく関わってくるについて述べていこう(池田・藤原, 2016)。

(1) なぜ対話的な学びか

一つ目は、対話的な学びは一人一人の生徒が将来的に自分一人で考えていけるように、思考の仕方のモデルになっているという点である。思考とは、本来、対話的なやりとりの中で深まっていくものである。いわば「疑問・問い」と「思いつき」の連続で対話的なやりとりが新たな考えを導いていくわけである。しかし、そのような対話的思考は、自然と身につくものではない。授業中での対話的なやりとりがモデルになり、個々の中で対話的思考ができるようになることを期待しているわけである。自分の中に、Aさんの考え、Bさんの考えが宿り、多面的・多角的な視点から考えられるようになるわけである。このような側面を十分に考慮に入れながら、授業中の生徒の問いを解釈・価値付けしていくことが肝要であ

る(池田・田中, 2022)。

それでは、どのような思考の仕方のモデルになっているのだろうか。話を簡単にするために、2人の間での対話に特殊化して述べていこう。まずは、AさんとBさんの2人の考えの関連性をイメージ化し、図3のように表してみよう。二人の中で全て共通の考えをもっていれば、これは、「あうんの呼吸」ということで、これ以上の対話はいらぬ。また、逆に、両方に共通の考えがないとき、これも対話が成立するはずがない。対話が盛り上がっていく時は、両者の間に考えの食い違いがあるときである。例えば、Aさんの中にある考えがあって、Bさんの中にはそれがない場合は、BさんはAさんの知っていることを知りたいという思いが働き、AさんはBさんにわかってもらえるように伝えようとする行為がなされる。あるいは、Aさんの中にある考えと、それに対応したBさんの考えとの間に食い違いが生じたとき、どうして考えが異なるのかを問題となる。問題を明確にすると共に、どうすれば共通理解になるのかを追究していくことになる。このように、両者の間に共通の考えがないことこそが、対話的な学びを深めていく原動力になるわけである。そして、一人一人の考えは、同じように見えても、細かく見ていくと、何らかの形で異なっている部分が見えてくると考えるのは自然である。





このような捉えを基にしたとき、友だちとの間で意見の食い違いが見いだされば、「これは、さらに考えが深まるきっかけになるかもしれない」と思えるような生徒を育てていきたいわけである。そして将来的には、個々の中である考えが生まれたとき、意図的に食い違った考えを見出し、それを基にさらなる考えを見出していこうとする生徒へと成長してほしいのである。一方、教師にとっては、数学指導の中で、どのような食い違いに目を向けるかが、教材開発、生徒理解のポイントとなる。授業の中で偶然に生まれてくる食い違いだけではなく、意味のある食い違いを想定し、教師から意図的に食い違いが生まれてくるようにしかけていくことが肝要である。

二つ目は、社会性の育成といった点である。数学の指導を通して人間形成を考える際、そのねらいにおいて、補完的な関係にある個と社会とをどのように考えるのかを明らかにしておく必要がある。すなわち、個々の生徒が各々の個性・独創性を発揮したり、自分ひとりで問題が解決できるようになるという個人的なねらいと、集団の中で責任を果したり集団に対して奉仕したり、集団で協力して問題解決できるようになるという社会的なねらいとのバランスである。この2側面は、どちらか一方が最終目標として位置づけられるものではなく、両者を結び付けながらバランスよく授業の中に位置づけていく必要のあるものである。この点に関して、塩野は、次のように述べている(塩野, 1970)。

全体と個とは、一方が他方に従属するという関係ではなく、全体の中に個が含まれ、個に全体が宿る、全体を離れて個なく、個を離れて全体なし、個即全体の関係にある。したがって、個と全体との間に対立関係はなく、全体が個の犠牲を要求するようなことはあり得ず、全体のためは個のため、個のためは全体のためであるということになる。

このような全体と個との相補的・互恵的な関係に焦点を当てると、対話的な学びにおいても、個々の成長だけに焦点を当ててのではなく、「全体のために何ができるか」といった社会性の成長が自然と論点になってくる。「自分はもう解決できているから、もうやることはないよ」とそっぽを向いている生徒、あるいは、「こ

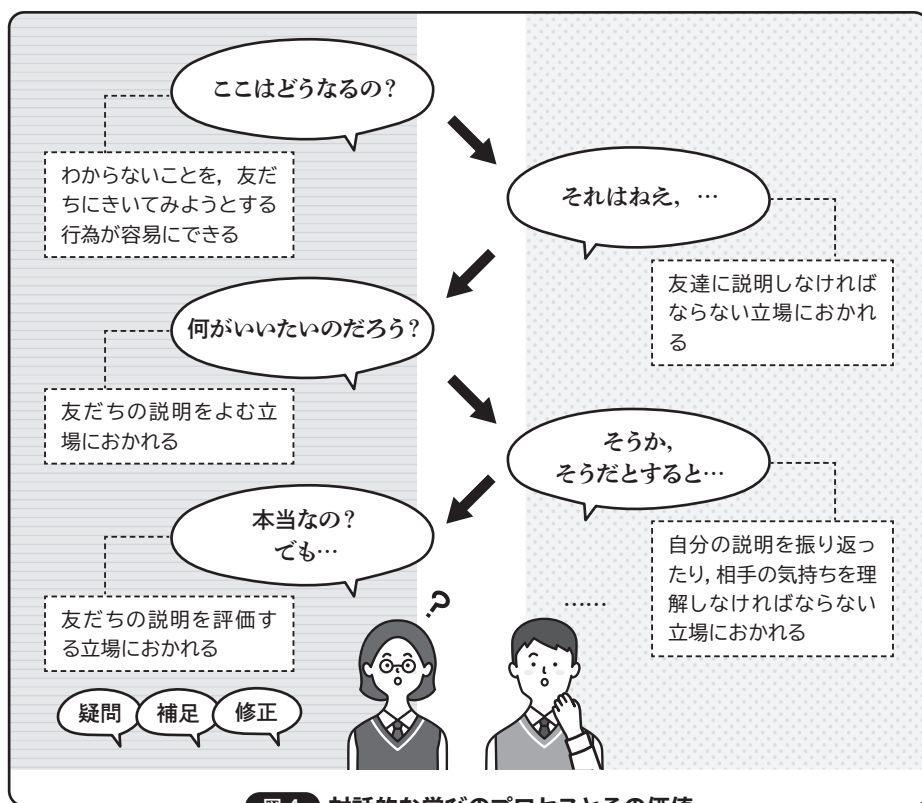
んなことを言うとみんなに馬鹿にされるかもしれない。言うのはやめておこう」と恥ずかしがり屋の生徒，でもこれでは困るわけである。自分の考えたことを振り返りながら，相手の立場にたって考えられる生徒に育ててほしいわけである。すなわち，「自分にとってどうか」といった視点にとどまることなく，「友だちにとってどうか」といった視点を加味して考えていってほしいわけである。

(2) 対話的な学びのプロセスと教師の役割

対話は，発信することから始まる。「あれ，あれ，あれなんだよね」と発信することで，「あれってなあに」と聞かれる。そして，この「あれあれ」を互いに明確にしていく行為が，より洗練された表現へと導いていくわけである。最初から洗練された表現を求めると，何も発言できない状況に陥ってしまう。「まずは」「次に」といった話型の指導の前に，まずは発信したい気持ちを対話的な学びの原点と考えたい。

次に，「ここどうなるの？」と質問されたとき，聞かれた子は，説明しなければならない立場におかれ，自分の思考を振り返る必要性が出てくる。この機会が与えられるところに意味がある。自分がどのように考えたのかを振り返ることで，はじめて解決過程が見えてくる。そして，聞いた方は，友だちが説明してくれたことに対して，「一体何が言いたいのだろう」と友だちの説明をよみ，「そこわからないよ」，「ここおかしいんじゃないの」といった具合に，友だちの説明を評価する立場におかれる。そして，評価された子は，ふたたび自分の説明を振り返るとともに，「どうしてわかってもらえないのだろう」といった具合に，他者を想定しなければならない立場におかれる。

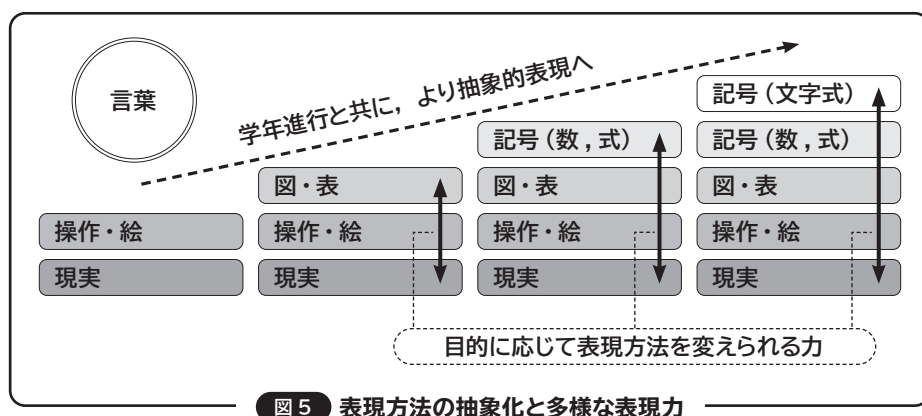
このような自然な対話が，授業の中でどう行われるか，生徒同士の会話の中でいかに行われるかが大切である。授業の要所要所で，ペア学習を位置づけていく価値は，まさにこういう点にある。ここで述べた，対話的な学びの一つの流れを図式化すると，図4のようになる。



このような対話的な学びを考えたときに気になるのが「教師の補足説明」である。暗黙裡にパターン化してしまっていないかを振り返る必要がある。生徒が何か発言したあと、「～さんは、こういうことを言っているんだよね」とわかりやすく説明すると、他の生徒も理解できるというよさがある。これは重要なことで、わからないことをわからないまま見逃すよりもよい。しかし、教師の補足説明により、友だちの考えをよむ、評価する、他者を想定して振り返る場面が奪われている点にも目を向けなければならない。教師が常に補足説明すると、生徒は、「友だちは何を言いたいのだろう」とよむ必要性がなくなり、「ここは、おかしいのでは」と評価することもなくなる。友だちの考えを聞かずに、先生の補足説明だけを聞いておけばよいと考えるようになってしまう。

(3) 多様な表現様式と数学の特性

算数・数学では、学年進行に伴い、図5のように、現実的表現（実演）から始まり、具体物による操作や絵による表現（ブロックやおはじき等）、図表による表現、数式等に代表される記号的表現へと抽象化していく。



抽象化することにより、具体が見えづらくなるわけだが、ケースバイケースで考えていたもろもろのことを捨て去り、本質だけを表現して簡潔に述べるのが可能になる。ここで留意すべきことは、生徒たちを抽象化した表現へと高めていくことだけで満足してはならないということである。文字式等で表現できた生徒には、図表によって表現できないか、絵によって表現できないか、具体物によって表現できないか等を考える場面を設定していく必要がある。文字式等で表現されたことを具体的に表現することは、既に解決できた生徒たちにとっては発展課題であると共に、未だ解決できていない生徒にとってはわかりやすい表現となり、抽象的表現と具体的表現とをつなぐ学び直しの場にもなる。また、具体的に表現することで、当面した問題の本質が見えてくることが多々ある。図5にあるように、目的に応じて表現方法を変える力を育成していくことが肝要である。

また、「表現力」と言ったとき、「もっとわかりやすく説明できないかな」と説明をする方ばかりに負荷をかけるのではなく、聞く方の力も育てていく必要がある。



る。未だ理解できなかった生徒には、冒頭の女子生徒のように、どこまでわかるか、わかりにくいところは何なのか等を考え、発信していくことが期待される。「何が言いたいのだろう」、「ここわからないよ」、「ここがはっきりしないなあ、自分には」といった具合に質問ができないと、対話が一方通行になる。説明する方ばかりわかりやすく説明することを考えて、聞く方は「う～ん」とうなずくだけで終わりになる。聞く方にも、発信できる力を身につけさせる必要がある。両者が発信することで、共に学ぶ点が生まれているかどうか、生徒たちのやりとりの評価の観点となる。例えば、「 $3x+1$ の3と1はたせない」理由に対して、どのように説明すればよいだろうか。このような場面は、よりわかりやすい説明方法を考える格好の場とも言える。前述の通り、友だちの考えをよむ、評価する、他者を想定することを生徒が体験できる場になるわけである。生徒同士が互いの理解の食い違いを見出し、そこを補うことで、理解が深まっていけるような場面を仕組んでいきたい。そのためには、「何が言いたいのかわかった?」、「誰か助けてくれる人?」といった生徒同士の考えをつなぐ発問を行いながら、教師の出番はどこなのかを洞察することが大切である。教師が出るところで出ないと、深まる可能性のある対話も、自然と消滅してしまうことが多々ある。数学の教材研究、授業研究では、この点を明らかにしていくことに力点をおきたい。

3 「あたたかい対話」という言葉に込めた数学教育の展望

学校教育の目標は、教科の指導を通して、人格を形成していくことである。そのように考えると、ただ数学がわかればよい、できればよいというものではない。数学の学習を通して、人間性を豊かにしていくことに、数学教育のあるべき姿がある。

数学の学習・指導では、多面的な理解が強調される。これは、物事を一面的に捉えるのではなく、多様な方向から捉え理解を深めてしていくことを意図している。前述のように、 $3x+1$ を数式の中で理解するだけでなく、具体例を取り上

げて、その意味していることを具体的に理解することである。その際、 $3x$ を、一つ分を3としてその x 個分として解釈するのか、あるいは、一つ分を x としてその3個分として解釈するのも多面的な見方の一つである。

一方、「多面的」という言葉に対して、「多角的」という言葉がある。両者の意味の違いは、何であろうか。両者は、「多方面にわたるさま」という点で共通しているが、その違いについて、中学校社会科の学習指導要領解説（文科省、2017, p.26）では、次のように述べられている。

「多面的・多角的に考察」とは、学習対象としている社会的事象自体が様々な側面をもつ「多面性」と、社会的事象を様々な角度から捉える「多角性」とを踏まえて考察することを意味している。

この文章を読んでも、すぐにピンとくるのは難しいかもしれない。筆者の場合は、明治維新をどのように捉えるかを具体的に下記のように解釈したとき、両者の違いが明確化されたような気になった。

- ・多角的：武士や農民、商人などいろいろな人の視点から見ること。
- ・多面的：日本の近代化への道筋をつけたというポジティブな側面と、

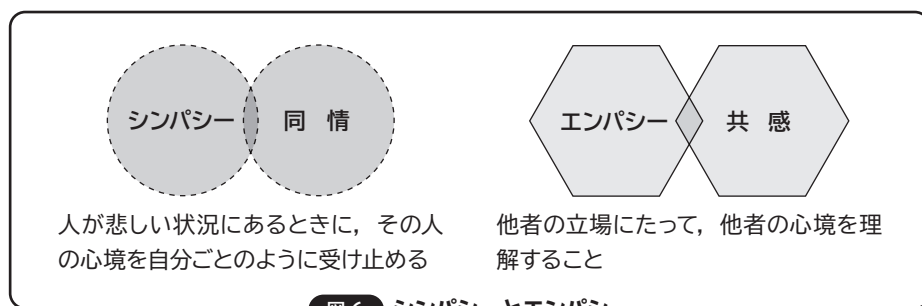
軍国主義への扉を開いたというネガティブな側面を同時に見ること

個性の異なる一人一人の生徒が、数学の事象をどのような視点から見ているかを考えたとき、多角的な見方が働いているということになる。数学では、数学的な事象自体をどのように捉えるかが教科のねらいとなっているので、「多面的」という言葉が用いられている（文科省、2018）。しかし、「友だちは、どのように考えているのだろうか」といった具合に、教室の中でみんなで学習するという立場で捉えたときは、どうであろうか。わかっている生徒たちの対話だけで数学の授業が進んでいくのではなく、多角的な立場から、「わからないといっている友だちは、どのようにこの問題を見ているのかな」という相手の立場を思いやる視点に光が当たるようになる。また、多面的な側面を理解させようとしても、そのような側面は、いきなり生徒から湧き出てくるものではない。「これは、どういう意味だろう、意味がよくわからないな」という疑問があるからこそ、その考察の結果



として見えてくるものでもある。友だちの「こう考えたんだけど、おかしいかな？」という発信を受けて、それが正しいか間違いかを考える前に、「友だちは、どのように考えたんだろう」「どのように説明すれば、友だちにわかってもらえるかな」といった具合に、友だちの立場にたって考えてあげることのできる、あたたかい生徒になってほしいわけである。

「シンパシー」という言葉に対して、「エンパシー」という言葉がある（ブレイディ，2021）。図6にあるように、同じ経験をしたことのある人同士は、言葉少なくして、お互いの思いを分かち合うことができる。大変だったこと、うれしかったこと等、「そうそう、そうだよね」ということで理解し合えるわけである。これがシンパシーである。しかし、同じ経験をしていない人同士では、他者の思いをそう簡単には理解することはできない。そのような経験が異なる人同士の間でも、他者の立場にたって、他者の心境を理解する力が必要となる。この力がエンパシーである。エンパシーは、社会のグローバル化が進展していく中で、ますます重要になってくる能力の一つだと言える。



このようなエンパシーを育む多角的な見方を強調していくには、授業の中で困っている生徒は、自分の困り感をしっかりと発信していくことに価値を見出す必要がある。また、それを聞いた友だちは、その困り感をあたたかく受け止め、どのようにアドバイスしてあげればよいかを考えていくことに価値を見出す必要がある。そして、このようなあたたかい対話を育みながら、数学における多様な表現力、特に、具体と抽象とを結びつける表現力へと迫っていくことになる。ただし、

このようなあたたかい対話を育んでいくためには、教師の長期的な評価の展望が必要不可欠である。「なんか、ここがよくわからないな。こんなこと質問したら、笑われるかな。けど、ここに疑問をもっている友だちも他にいるかもしれないよ。また、ここをはっきりさせておくことは、重要なことかもしれない。とりあえず質問してみよう」といった価値観がもてる生徒を夢見ながら、長期的な展望の基に、今できることを明確化していかなければならない。「わからない」ことを「わからない」と発言する知的正直さは、自意識が芽生える中で、相手の目が気になりだし、衰退していく危険性がある。デューイ（市村訳，2004，pp.30-31）は、次のように述べている。

ある種の経験は、ある個人の熟練を特定の方向に伸ばすかもしれないが、そのことはまた、その個人が凝り固まった言動をとる傾向に陥りやすくなることにもなる。

数学の技能的な能力が強調されすぎてしまうと、生徒は「早く、正確に」だけに価値を置くようになり、ネガティブな価値観が形成されてしまうことになる。生

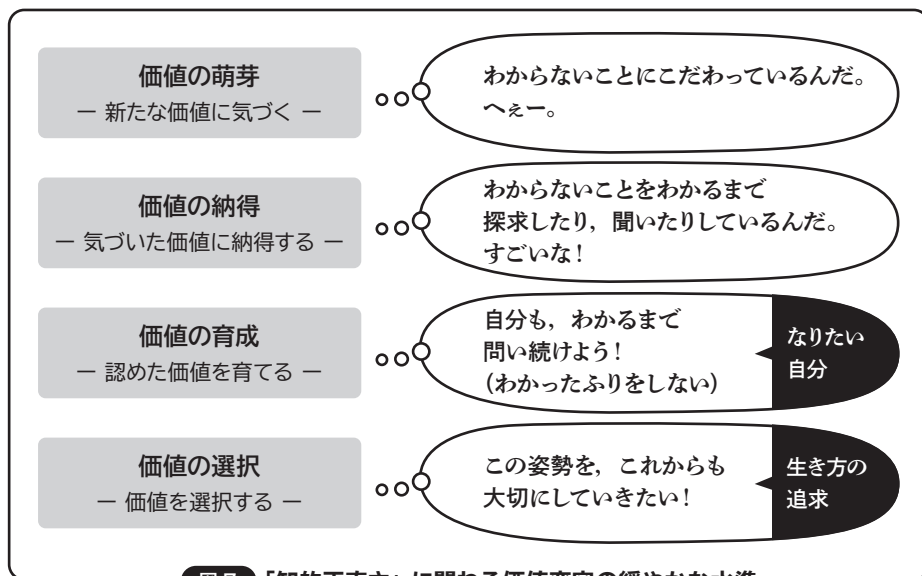


図7 「知的正直さ」に関わる価値変容の緩やかな水準



徒の価値観を長期的にあたたかく見守りながら、適宜、生徒が納得できる価値づけを行っていくことが大切である。例えば、知的正直さに関わる生徒の価値観の変容を、次のような4段階で緩やかに捉えてみよう（図7参照）。

図7における、「価値の萌芽」から「価値の納得」への移行においては、「わからない」を発言した生徒を特定し、「今日は、〇〇さんがこういうことを発表してくれたけど、これがあったおかげでよく分かったね」等の価値づけを授業の終わりで投げかけていきたい。「わからない」と発言した生徒は、「それは、みんなのためになったんだ。「わからない」も意味があるんだ」となるわけである。また、そのような価値づけにより、そのような価値観を何も持っていなかった生徒も、価値の萌芽から価値の納得への兆しが見え隠れしてくるわけである。しかし、「価値の納得」に至ったとしても、まだ自分ごとになっていない生徒もいる。「自分もそうしていこう」という気持ちには至っていないからである。自分もその価値を大切に育ていこうという「価値の育成」へと繋げていきたいわけである。そして、最終的には、その価値を生涯にわたって大切にしていこうという「価値の選択」まで高めてほしいわけである。

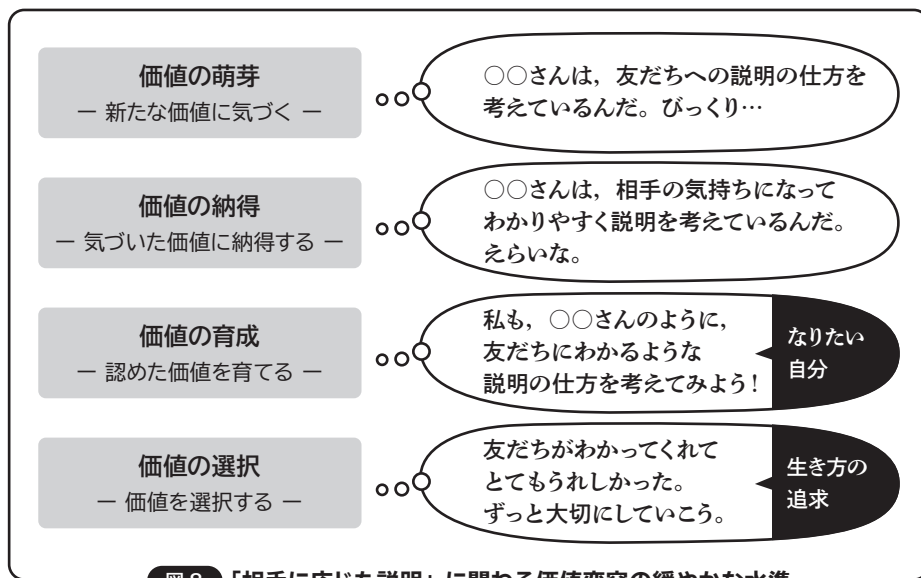


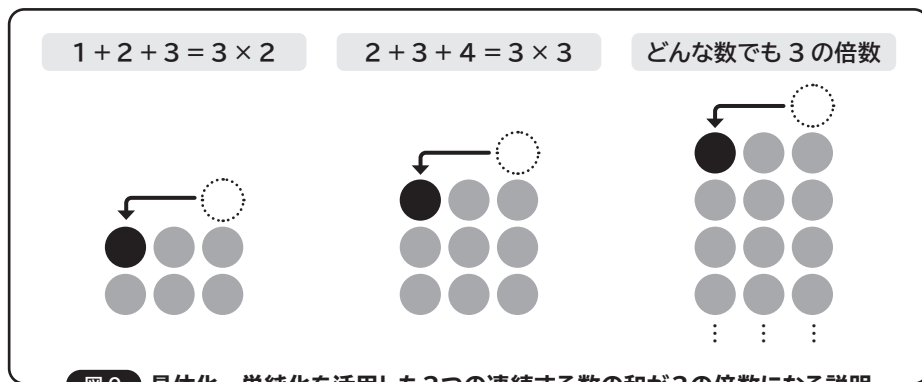
図8 「相手に応じた説明」に関わる価値変容の緩やかな水準

また、「相手に応じた説明」についても同様のことがいえる。友だちの困り感を理解してあげること、その困り感に応じて、説明の仕方を柔軟に考えられる生徒を増やしていくためには、長期的な展望が大切である。同じように4段階で捉えてみよう(図8参照)。「価値の納得」から「価値の育成」の変容を取り上げると、具体化、単純化する行為を価値づけ、奨励していく必要がある。思いやりがなければ、友だちの困り感に寄り添うことはできない。逆に、思いやりだけでは、相手が納得してくれる説明はできない。「具体例を取り上げたり、単純な場合で説明したりしたらどうだろう」といった数学的な見方・考え方を働かすことを習慣づけていきたい。

例えば、3つの連続する数の和が3の倍数になることを説明するには、文字式を用いると次のようになる。

3つの数を $n, n+1, n+2$ とすると、 $n+(n+1)+(n+2)=3(n+1)$ になる。
 $n+1$ は整数だから、 $3(n+1)$ は整数となる。

真ん中の数を n にするなど、文字式による説明も多様にあるが、文字式に自信のない生徒であれば、図等を用いてわかるように説明できないかを考えることが有効になる。これが具体化である。さらに、単純な場合から順番に示していくことによって、より理解が促進されることにもなる。このような単純化、具体化を通して、「1, 2, 3」「2, 3, 4」と左から右の方向に見ていた数を、3のいくつか分といった具合に下から上の方に見直すことになり、この行為が式における3でくくるとい





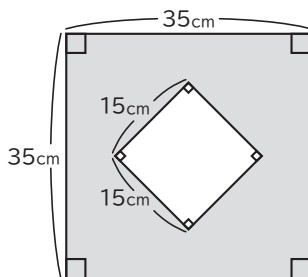
う操作に対応していることが見えてくる(図9参照)。「友だちにわかるような方法はないか」という多角的な見方から引き出された疑問が、具体化、単純化といった数学的な見方・考え方を働かせることで、別の説明の仕方が可能になり、文字式の説明では見えていなかった多面的な理解が促されたことになる。具体化、単純化という考えは、問題を解決する上でも、また、相手に応じた説明を考える上でも有効になるわけである。「説明に困ったときは?」という教師の発問に対して、「具体化、単純化してみる」と生徒から出てくるようにしたいものである。

4

友だちの考えをよむ場面を取り上げよう!

さらに、「考えた子が説明する」、「考えが浮かばなかった子が聞く」といった従来の構図に固執することなく、友だちの考えをよむ場면을積極的に設けることで、お互いが双方向に働きかけていけるようにしたい。そして、相手の理解度を汲み取りながら、的確に表現方法を換えて説明できる力へと高めていきたい。そのためには、他者理解と共に、多様な表現、解釈を身につけておく必要がある。

具体例を取り上げて説明しよう。中学校3年生における因数分解の指導において、因数分解を指導した後に、図10のような問題が取り扱われた(池田, 2014)。



一辺 35cm の正方形から一辺 15cm の正方形を切り抜いた部分の面積をいろいろな方法で求めてみよう!

図10 因数分解等の図形的解釈を意図した問題

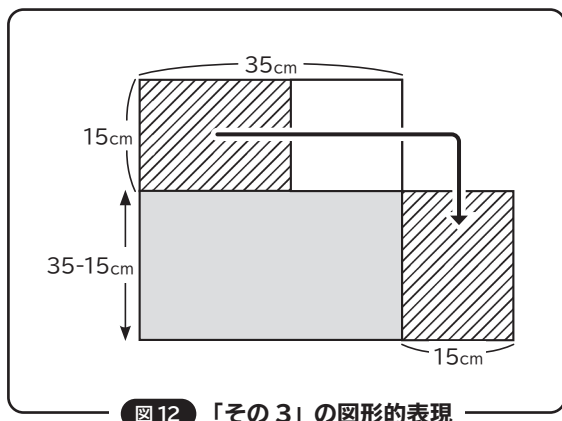
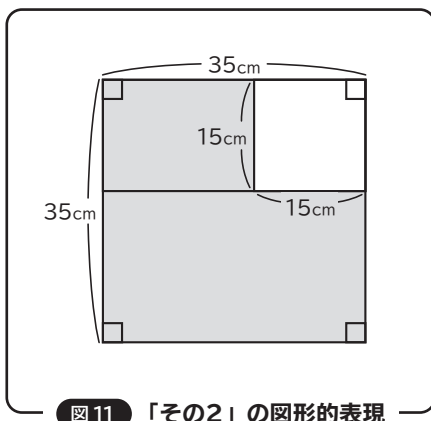
生徒には、2枚の正方形が配られ、自由に操作できるような配慮がなされていた。一辺15の正方形をどのように置くかで、複数の解法が考えられるわけである。操作を伴うことで、生徒は試行錯誤して考えることが可能になる。生徒が試行錯誤できる状態を作ってあげることが、授業の導入においては大切である。この授業では、和と差の公式を図形と関連づけることを中心に、多様な方法でなされた計算方法を図形的に表現することを意図している。生徒たちからは、まず次の3つの方法が出された。

その1： $35^2 - 15^2 = 1225 - 225 = 1000$

その2： $20 \times 15 + 35 \times 20 = 1000$

その3： $35^2 - 15^2 = (35 + 15)(35 - 15) = 50 \times 20 = 1000$

ここで、「その1」の解法が問題で与えられた35、15をそのまま用いて計算していることをおさえた上で、「その2」がどのように考えたのかを生徒によんでもらう流れで進められた。「その2」については、多くの生徒は図形的に表現した後に数式で表現しているので、この方法を行わなかった生徒にとっては、友だちの考えをよむことが要求される。「その3」については、ほとんどの生徒が因数分解によって計算しており、その図形的な意味を誰も探求している生徒はいない。「その2」を図11のように図形的に表現した後で、「その3」がクラス全員で考える問題になった。



「その3」は、まさに和と差の公式の図形的表現である。「その2」の解法がヒ



ントになり，図12のように，「 15×20 」の長方形を移動することで求められる。また，このような変形がどのようなときに可能で，どのようなときに不可能になるかを考えると，2つの図形が互いに正方形だから，このような変形が可能であることがわかる。図形的な解釈を通して，和と差の公式の理解が深まるわけである。

授業の終わりに，「その4」として，共通因数をくくる計算方法も出された。

$$\text{その4} : 35^2 - 15^2 = 7^2 \times 5^2 - 3^2 \times 5^2 = (7^2 - 3^2) \times 5^2$$

授業では取り扱わなかったが，このような方法も，図形的表現を考える発展的な題材となる。どのように解釈することができるだろうか。2通りの解釈が可能である。一つ目は， 5^2 の正方形を1つの正方形と捉えることで， 7^2 個の正方形から 3^2 個の正方形を取り除く計算方法として解釈できる（図13参照）。二つ目は， $35^2 - 15^2$ を 35^2 の正方形と 15^2 の正方形の面積の差として捉え，両方の正方形の数を 5^2 個にそろえることで，正方形一つ分の差である「 $7^2 - 3^2$ 」が 5^2 個あるという解

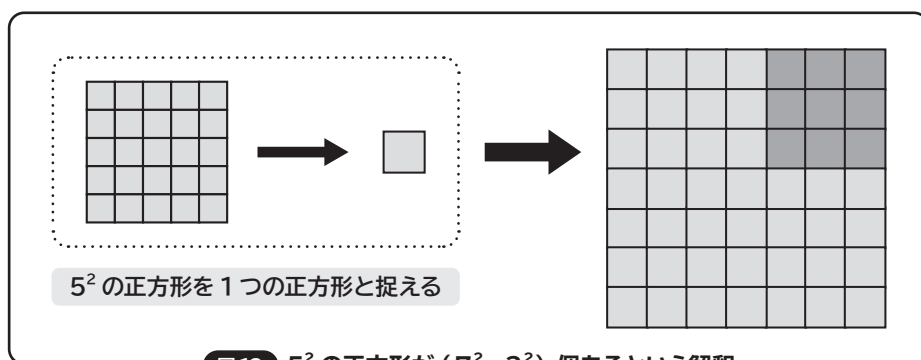


図13 5^2 の正方形が $(7^2 - 3^2)$ 個あるという解釈

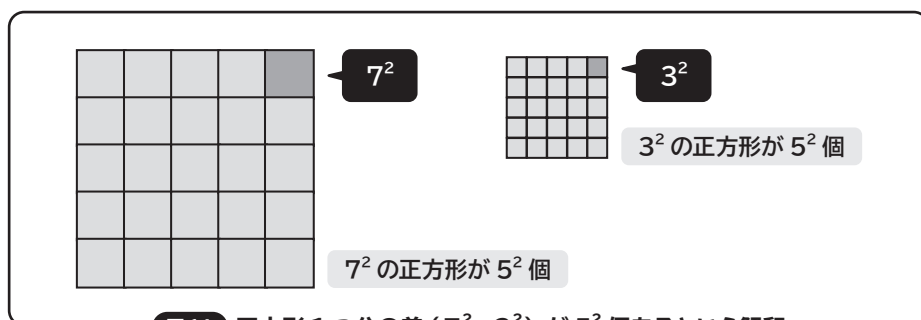


図14 正方形1つ分の差 $(7^2 - 3^2)$ が 5^2 個あるという解釈

釈になる。かけ算を（一つ分）×（いくつ分）と捉えたとき、前者は一つ分を 5^2 に、後者はいくつ分を 5^2 にした解釈である（図14参照）。

5 「わからない」に向き合う 生徒を育てよう！

「わからない」を大切なことだと感得してもらうために、「間違いリサイクル」という授業を行ってみてはどうだろうか。先生が過去に行われた試験の誤答を生徒に見せて、「どこがおかしいでしょうか」と問い掛ける授業である。例えば、次のような解決の間違いを探ってもらうわけである。

$$(1) \quad (-\sqrt{3})^2 = -3 \qquad (2) \quad \sqrt{9} = \pm 3$$

生徒からは「そこが間違ってる！」「私も同じミスをしたことがある！」と活発な声が上がってくる。本来であれば、間違えると他の生徒に笑われるし、恥ずかしい、隠さなきゃと思ってしまいがちである。でも、このような授業では、文字通り間違いをリサイクルし、生徒みんなの考えを促すたたき台として活用できることになる。まず、みんなで話し合うことによって、お互いを高め合うことができる。中には「何で、それが間違いかわからない」という生徒も出てくるかもしれない。それに対して「だから、これは」と教えようとする生徒もいる。でも、生徒に限らず大人でも、いざ説明しようとして自分がわかったつもりで理解していなかったなんてことは往々にしてある。よくいわれるように、教えることが一番の勉強になる。そうやって生徒同士で間違いについて議論することで、理解力や社会性を培うことができるのである。

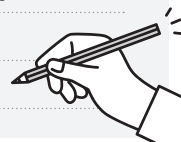
また、間違いを見つめ直すことには、もう一つ、大きな意義がある。間違いに目を向けると、「こうしちゃいけない」と「こうしなきゃいけない」という2つのものが見えてくることになる。「わかる」ということは、単に正解を知ることではない。正解と不正解の境界を知ることが「わかる」ということである（和田，1997）。



何より、「こうしちゃいけない」や「こうしたらうまくいかない」も、立派な知識や経験になり得る。試行錯誤の過程で「こうしちゃいけない」や「こうしたらうまくいかない」を知ることで、豊かな思考力が育まれるのである。生徒がテストを持ち帰ると、点数にばかり目が行き、一喜一憂する親も多いかもしれない。でも、「×」にも目を向け、理解を深めるたたき台として間違いをリサイクルしてみてもどうだろうか。振り返りは、未来を照らしてくれることを理解できるように促していきたい。

さらに、テスト結果を返却した後は、生徒に振り返りレポートを書いてもらうのも一つである。下記は、あるテスト結果についての生徒の振り返りの例である。

『テストを見てわかりました。圧倒的に計算練習が足りませんでした。今回のテストでは、主に $\sqrt{\quad}$ の問題の間違いが多く、その結果になったのは家庭での学習において、展開や因数分解ばかりをしていたことが原因だと思います。好きなものばかり食べて不健康になるように、数学も好きなものばかり練習すると、点が取れないことを知ったので、時間配分を考えて勉強に取り組もうという家庭学習での改善点を学びました。』



この振り返りにより、苦手な内容もしっかりと勉強しておく必要性を生徒は実感している。しかし、 $\sqrt{\quad}$ の問題のどのような理解が問題であったのかを指摘できる状態までは至っていないことが推察できる。このようなレポートは、生徒自身にとっては、振り返りを通して、自己評価力、自己調整力を磨くきっかけになるものである。また、教師にとっては、主体的に学習に取り組む態度の評価として活用することもできる。

私たちは教わっていないことや未経験のことに直面すると、つい「わからない」と口にしがちである。でも、過去の知識や経験を元に、類推して考えることができる。問題を提示したとき、ただ先生が解き方や答えを教えてくれるのを待っているだけの生徒がいる。一方で、教科書やノートを見返して、この問題を解くた

めに使えるものがないか、必死に探す生徒もいる。先生の教え方にしても、すぐに「わかる」を与えてしまうのと、「わかる」に至るために生徒が自ら類推することを促すのとでは、大きな差が出てくる。

一方的に解き方や答えを教えるだけだと、思考力が養われないだけでなく、「自分で考えない」ということが強化されてしまうことになる。生徒の理解力や思考力を花瓶に例えると、答えを教えるのはただ水を注いでいる状態である。でも、生徒自身が類推や試行錯誤をしながら理解しようとする、すぐに水の量は増えないが、徐々に花瓶そのものの体積が大きくなりだす。生徒の思考力は一朝一夕に効率良くアップするものではない。だからこそ、生徒の「わからない」に対して「こうしなさい」ではなく、「どうすればいいかな」と考えを促し、たとえ間違えたとしてもそれをたたき台として、粘り強く思考力を培っていく必要がある。

古代ギリシャの哲学者であるソクラテスは、「無知の知」という考え方を唱えた。自分は何も知らないということを自覚し、謙虚な姿勢で真理を探究しようとする考えである。無知の知の反対は、習ったことや教わったこと、覚えたことに満足し、成長を止めてしまうことである。「わからない」からこそ、「わかれう」と考え続けるわけである。また、勉強に限らずどんな分野でも、一つのことを知ると、「わからない」が幾つも出てくるものである。そうした場面で、面倒だなと感じるか、ワクワクするかで大きく変わってくる。できることなら、「わからない」は自分にとっての大切な財産だと考えたいものである。

中学校の生徒はボキャブラリーが少ないので、何がどう「わからない」のか尋ねても、うまく説明できないことも多いかもしれない。つい先生が「こういう意味の『わからない』ね」などと先取りして解釈しがちである。でも、語彙が少ないなりに自分の言葉で説明することは、その生徒にとって大きな糧となる。「わからない」を明確にし、「わかる」に至ることに、早い、遅いは関係ない。生徒にとっては「わからない」と向き合うことそのものが、とても豊かな時間なのである。○





池田 敏和

横浜国立大学教育学部教授

横浜国立大学大学院修了後、神奈川県立川崎工業高等学校、横浜国立大学教育学部講師・助教授・准教授を経て教授、現在に至る。教育学博士（早稲田大学）。日本数学教育学会理事・常任理事（2010年～）、ICTMA（数学的モデリング・応用の国際教師集団）国際組織委員（2005年～2017年、2022年～）、神奈川県数学教育研究会連合会会長（2015年～）。文部科学省検定教科書『中学校数学』（学校図書）の代表著者。

主な著書

『モデルを志向した数学教育の展開』（東洋館出版社、2017）、『中学校数学科 数学的思考に基づく教材開発のストラテジー24』（明治図書出版、2014）など。

主な共著

『板書で見る全単元・全時間の授業のすべて 中学校1・2・3年』（東洋館出版、2022）、『数学的活動の再考』（学校図書、2016）など。

引用・参考文献

- 池田敏和（2014）『数学的思考に基づく教材研究のストラテジー 24』明治図書
池田敏和・藤原大樹（2016）『数学的活動の再考』学校図書
池田敏和（2021）『子どもの「？」の育み方』相鉄瓦版 273.14-24
池田敏和・田中博史監修（2022）『中学校 1・2・3 年 板書で見る全単元・全時間の授業のすべて 数学』東洋館出版社
塩野直道（1970）『数学教育論』啓林館
ジョン・デューイ、市村尚久訳（2004）『経験と教育』講談社
ブレイディみかこ（2021）『他者の靴を履く』文藝春秋
文科省（2018）『中学校学習指導要領解説社会編』東洋館出版社
文科省（2018）『中学校学習指導要領解説数学編』日本文教出版株式会社
和田義信（1997）『講演集 4(2) 考えることの教育』東洋館出版社

7

±

$\sqrt{9}$

!



y

9

3

あたたかい対話がつくりだす

中学校数学の深い学び

x

+

÷



2

?

∞

教授用資料

2024年1月発行

学校図書株式会社

〒101-0063 東京都千代田区神田淡路町2丁目23番地1

TEL : 03-6285-2947 FAX : 03-6285-2949 (業務推進部)

<https://gakuto.co.jp>

