

3 式の利用

1 式の利用(1)

教科書p.36~38

Q 2, 4や6, 8のような連続する2つの偶数の積に1を加えると, 計算の結果はどんな数になるでしょうか。いろいろな場合について調べ, 予想しましょう。

問1 結衣さんは, 「連続する2つの偶数の積に1を加えると, 奇数の2乗になる」と予想し, そのことを次のように証明しました。□をうめて, 結衣さんの証明を完成させましょう。

連続する2つの偶数は, n を整数とすると, □, □と表される。

$$2n(\square) + 1 = \square$$

$$= (\square)^2$$

n は□だから, □は□である。

したがって, 連続する2つの偶数の積に1を加えると, 奇数の2乗になる。

問2 問1の証明から, 計算の結果が「奇数の2乗になる」こと以外に, どんなことを読み取ることができるでしょうか。

問3 連続する3つの整数では, 中央の数の2乗から1をひいた差は, 残りの2数の積に等しくなります。このことを, 中央の数を n として証明しましょう。

3 式の利用

1 式の利用(2)

教科書p. 38

問1 連続する2つの奇数では、大きい方の数の2乗から小さい方の数の2乗をひいた差は、どんな数の倍数になるかを予想し、次のように証明しました。□をうめて証明を完成させましょう。

[予想] □の倍数になる。

[証明] 連続する2つの奇数は、 n を整数とすると、□-1, □+1と表される。

$$\begin{aligned} (\square)^2 - (\square)^2 &= (\square) - (\square) \\ &= \square \end{aligned}$$

n は□だから、□は□の倍数である。

したがって、連続する2つの奇数では、大きい方の数の2乗から小さい方の数の2乗をひいた差は、□の倍数になる。

問2 問1の問題の条件を変えて「連続する2つの偶数」とした場合には、計算の結果がどうなるかを予想し、そのことを証明しましょう。

[予想]

[証明]

計算のくふう

問3 次の□にあてはまる数を書き入れましょう。

(1) $55^2 - 45^2$

$$\begin{aligned} &= (\square + \square) \times (\square - \square) \\ &= \square \times \square \\ &= \square \end{aligned}$$

(2) 99^2

$$\begin{aligned} &= (\square - 1) \\ &= \square^2 - 2 \times 1 \times \square + 1^2 \\ &= \square \end{aligned}$$

問4 式の展開や因数分解を使って、次の計算をしましょう。

(1) $28^2 - 22^2$

(2) 103×97

(3) 102^2

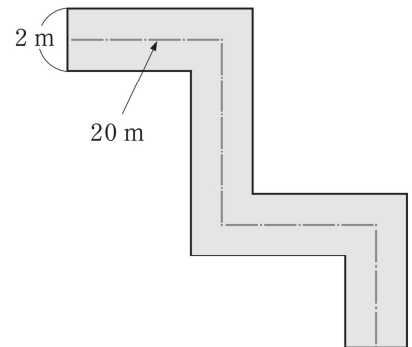
3 式の利用

1 式の利用(3)

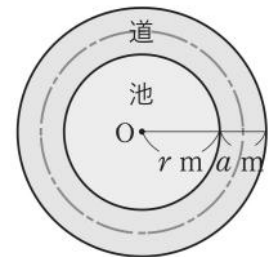
教科書p. 39~40

図形の性質

問1 右の図のように、直角に折れ曲がっている幅2mの道があります。この道の中央を通る線全体の長さが20mのとき、道の面積は何 m^2 でしょうか。



問2 半径 r mの円形の池の周囲に、幅 a mの道があります。この道の面積を S m^2 、道の中央を通る円周の長さを ℓ mとすると、 $S=a\ell$ であることを、次のように証明しました。□をうめて証明を完成させましょう。



道の面積 S は、

$$\begin{aligned}
 S &= \pi (\square)^2 - \pi r^2 \\
 &= \pi (\square) - \pi r^2 \\
 &= 2\pi ar + \pi a^2 \\
 &= \pi a (\square) \quad \text{①}
 \end{aligned}$$

また、道の中央を通る円の半径は、 $(r + \frac{a}{2})$ mであるから、円周の長さ ℓ は、

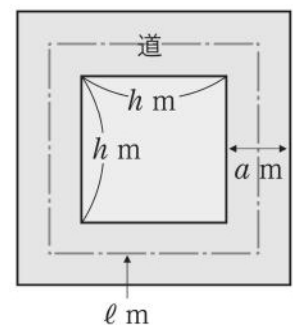
$$\begin{aligned}
 \ell &= 2\pi (r + \frac{a}{2}) \\
 &= \pi (\square)
 \end{aligned}$$

したがって、

$$a\ell = \pi a (\square) \quad \text{②}$$

①、②から、 $S = \square$

問3 右の図のように、1辺が h mの正方形の池の周囲に、幅 a mの道があります。この道の面積を S m^2 、道の中央を通る線全体の長さを ℓ mとして、 $S=a\ell$ であることを証明しましょう。

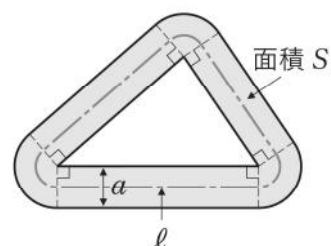


3 式の利用

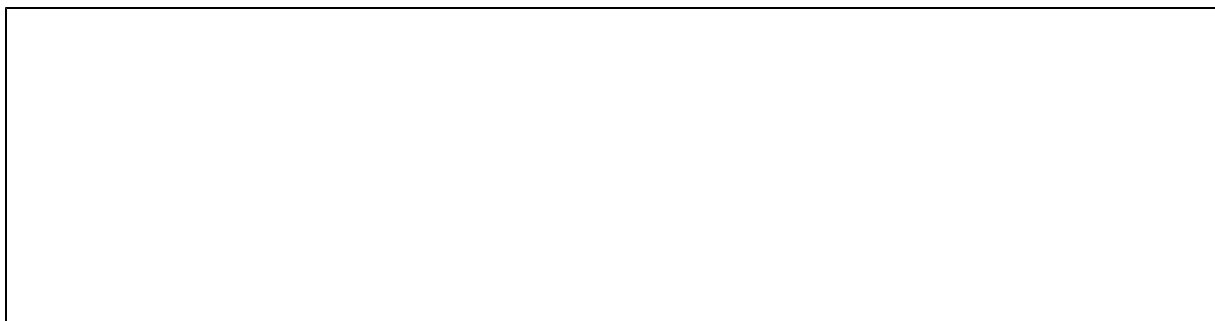
1 式の利用(4)・確かめよう

教科書p. 40

問1 右のような図形でも、 $S=al$ が成り立つことを証明しましょう。



1 連続する2つの整数では、大きい方の数の2乗から小さい方の数の2乗をひいた差は、はじめの2数の和に等しいことを証明しましょう。



2 次の数をくふうして計算しましょう。

(1) $65^2 - 15^2$



(2) 4.8×5.2



3 右の図のように、長さ10 cmの線分AB上に、点Pを $AP = a$ cm となるようにとり、AP、PBをそれぞれ1辺とする正方形をつくります。AP < PBのとき、正方形PBEFの面積は、正方形APCDの面積よりどれだけ広いでしょうか。

