

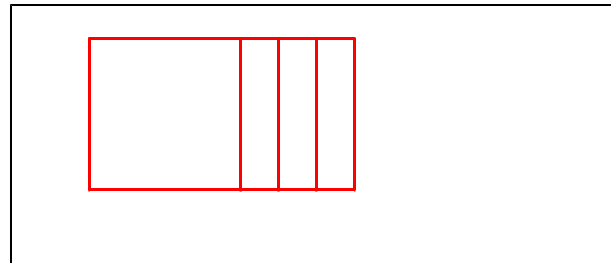
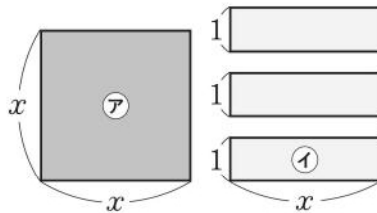
2 因数分解

2 因数分解(1)

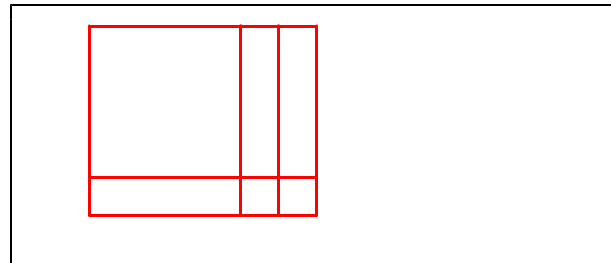
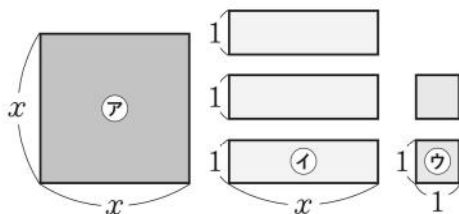
教科書p. 27～28

Q 正方形や長方形の紙を並べかえて、1つの長方形をつくります。

(1) 次の正方形や長方形の紙を並べかえて、1つの長方形をかきましょう。



(2) 次の正方形や長方形の紙を並べかえて、1つの長方形をかきましょう。



問1 上の(1), (2)のそれぞれについて、次の①, ②を式で表しましょう。このことから、わかることを書きましょう。

① 並べかえる前の正方形や長方形の面積の和

(1) $x^2 + 3x$ (2) $x^2 + 3x + 2$

② 並べかえてできた長方形の面積

(1) $x(x + 3)$ (2) $(x + 1)(x + 2)$

①と②は、並べかえただけなので、式が表しているものは同じ。
 $x^2 + 3x = x(x + 3)$
 $x^2 + 3x + 2 = (x + 1)(x + 2)$

問2 次の□にあてはまることばを書き入れましょう。

多項式をいくつかの**単項式**や**多項式**の積の形で表すとき、一つひとつの式をもとの単項式の**因数**という。

多項式をいくつかの**因数**の積の形で表すことを、その多項式を**因数分解**するという。

問3 次の㉞～㉠の式のうち、因数分解をしているものはどれでしょうか。

- ㉞ $x^2 - 5x = x(x - 5)$ ㉟ $x^2 + 7x + 12 = x(x + 7) + 12$
 ㉟ $x^2 + 6x + 8 = (x + 3)^2 - 1$ ㉠ $x^2 - 9 = (x + 3)(x - 3)$

(㉞, ㉠)

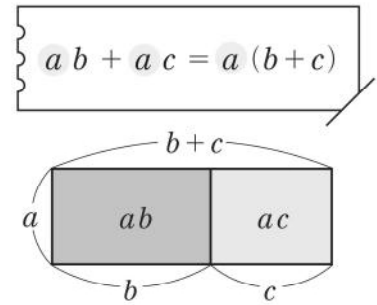
2 因数分解

2 因数分解(2)

教科書p. 29

共通な因数

多項式の各項に共通な因数があるときは、分配法則を使って共通な因数をカッコの外にくくり出し、その多項式を因数分解することができる。



問1 次の式を因数分解しましょう。

(1) $ax + bx$

$= x(a + b)$

(2) $ax - a$

$= a(x - 1)$

(3) $px^2 - 5px + 3p$

$= p(x^2 - 5x + 3)$

(4) $ax^2 + 2ax + 7a$

$= a(x^2 + 2x + 7)$

問2 次の式を因数分解しましょう。

(1) $4ax + 8ay$

$= 4a(x + 2y)$

(2) $3x^2 + 7x$

$= x(3x + 7)$

(3) $x^2 - x$

$= x(x - 1)$

(4) $x^2y + xy^2$

$= xy(x + y)$

(5) $a^2 + 6ab - 8a$

$= a(a + 6b - 8)$

(6) $9x^2 - 3xy + 6x$

$= 3x(3x - y + 2)$

(7) $5ax - 8ay + 2a$

$= a(5x - 8y + 2)$

(8) $2x^2y - 3xy^2$

$= xy(2x - 3y)$

(9) $6a^2 + 9ab$

$= 3a(2a + 3b)$

(10) $10x^2 - 25xy + 5x$

$= 5x(2x - 5y + 1)$

2 因数分解

3 公式による因数分解(1)

教科書p.30

$$x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b) \text{の公式}$$

問1 $x^2 + 6x + 8$ を因数分解するとき、次の□にあてはまることばや数を書き入れましょう。

$x^2 + 6x + 8$ を因数分解するとき、積が8で和が6になる数を見つける。

積が8で和が6になる整数の組は、2と4である。

$$\begin{aligned} x^2 + 6x + 8 &= x^2 + (2 + 4)x + 2 \times 4 \\ &= (x + 2)(x + 4) \end{aligned}$$

問2 次の式を因数分解しましょう。

(1) $x^2 + 5x + 6$

$$= (x + 2)(x + 3)$$

(2) $x^2 + 9x + 8$

$$= (x + 1)(x + 8)$$

(3) $x^2 - 7x + 10$

$$= (x - 2)(x - 5)$$

(4) $x^2 - 5x + 4$

$$= (x - 1)(x - 4)$$

問3 $x^2 + 3x - 4$ を因数分解するとき、次の□にあてはまることばや数を書き入れましょう。

$x^2 + 3x - 4$ を因数分解するとき、積が-4で和が3になる数を見つける。

積が-4で和が3になる整数の組は、-1と4である。

$$\begin{aligned} x^2 + 3x - 4 &= x^2 + (-1 + 4)x + (-1) \times 4 \\ &= (x - 1)(x + 4) \end{aligned}$$

問4 次の式を因数分解しましょう。

(1) $x^2 + x - 12$

$$= (x + 4)(x - 3)$$

(2) $x^2 + 2x - 3$

$$= (x + 3)(x - 1)$$

(3) $x^2 - 2x - 15$

$$= (x + 3)(x - 5)$$

(4) $x^2 - 4x - 5$

$$= (x + 1)(x - 5)$$

2 因数分解

3 公式による因数分解(2)

教科書p.31

$$x^2 + 2ax + a^2 = (x + a)^2, \quad x^2 - 2ax + a^2 = (x - a)^2 \text{の公式}$$

問1 次の□にあてはまる数を書き入れましょう。

$$x^2 + 6x + 9 = x^2 + 2 \times \boxed{3} \times x + \boxed{3}^2 \\ = (x + \boxed{3})^2$$

問2 次の式を因数分解しましょう。

(1) $x^2 + 2x + 1$

$$= (x + 1)^2$$

(2) $x^2 - 2x + 1$

$$= (x - 1)^2$$

(3) $x^2 + 4x + 4$

$$= (x + 2)^2$$

(4) $x^2 - 8x + 16$

$$= (x - 4)^2$$

(5) $a^2 + 12a + 36$

$$= (a + 6)^2$$

(6) $y^2 - 14y + 49$

$$= (y - 7)^2$$

$$x^2 - a^2 = (x + a)(x - a) \text{の公式}$$

問3 次の□にあてはまる数を書き入れましょう。

$$x^2 - 16 = x^2 - \boxed{4}^2 \\ = (x + \boxed{4})(x - \boxed{4})$$

問4 次の式を因数分解しましょう。

(1) $x^2 - 9$

$$= (x + 3)(x - 3)$$

(2) $x^2 - 36$

$$= (x + 6)(x - 6)$$

(3) $1 - x^2$

$$= (1 + x)(1 - x)$$

(4) $a^2 - b^2$

$$= (a + b)(a - b)$$

問5 次の式を因数分解しましょう。

(1) $x^2 + 8x + 12$

$$= (x + 2)(x + 6)$$

(2) $x^2 - 4x + 4$

$$= (x - 2)^2$$

(3) $x^2 - x - 20$

$$= (x + 4)(x - 5)$$

(4) $x^2 - 100$

$$= (x + 10)(x - 10)$$

(5) $x^2 + 18x + 81$

$$= (x + 9)^2$$

(6) $x^2 + 3x - 28$

$$= (x + 7)(x - 4)$$

2 因数分解

3 公式による因数分解(3)

教科書p.32

いろいろな因数分解

問1 次の□にあてはまる数や文字を書き入れましょう。

$$\begin{aligned} (1) \quad & 4x^2 - 12x + 9 \\ &= (\boxed{2x})^2 - 2 \times \boxed{2x} \times 3 + 3^2 \\ &= (\boxed{2x} - 3)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad & 9x^2 - 4y^2 \\ &= (\boxed{3x})^2 - (\boxed{2y})^2 \\ &= (\boxed{3x} + \boxed{2y})(\boxed{3x} - \boxed{2y}) \end{aligned}$$

問2 次の式を因数分解しましょう。

$$(1) \quad 4x^2 + 4x + 1$$

$$= (2x + 1)^2$$

$$(2) \quad 9x^2 - 12x + 4$$

$$= (3x - 2)^2$$

$$(3) \quad x^2 + 2xy + y^2$$

$$= (x + y)^2$$

$$(4) \quad x^2 - 6xy + 9y^2$$

$$= (x - 3y)^2$$

$$(5) \quad 25b^2 - 9a^2$$

$$= (5b + 3a)(5b - 3a)$$

$$(6) \quad x^2 - \frac{y^2}{4}$$

$$= \left(x + \frac{y}{2}\right)\left(x - \frac{y}{2}\right)$$

問3 次の□にあてはまる数や文字を書き入れましょう。

$$\begin{aligned} ax^2 - 2ax - 8a &= \boxed{a}(x^2 - 2x - 8) \\ &= \boxed{a}(x + \boxed{2})(x - \boxed{4}) \end{aligned}$$

問4 次の式を因数分解しましょう。

$$(1) \quad ax^2 - ax - 2a$$

$$= a(x^2 - x - 2)$$

$$= a(x + 1)(x - 2)$$

$$(2) \quad xy^2 - x$$

$$= x(y^2 - 1)$$

$$= x(y + 1)(y - 1)$$

$$(3) \quad 2x^2 + 16x + 32$$

$$= 2(x^2 + 8x + 16)$$

$$= 2(x + 4)^2$$

$$(4) \quad -3x^2 + 12xy - 12y^2$$

$$= -3(x^2 - 4xy + 4y^2)$$

$$= -3(x - 2y)^2$$

2 因数分解

3 公式による因数分解(4)

教科書p.33

問1 次の□にあてはまる数を書き入れましょう。

$$\begin{aligned}(x+5)^2 - (x+5) &= (x+5)(x+\boxed{5}-\boxed{1}) \\ &= (x+\boxed{5})(x+\boxed{4})\end{aligned}$$

問2 次の式を因数分解しましょう。

(1) $(x-1)^2 - (x-1)$

$$\begin{aligned}&= (x-1)(x-1-1) \\ &= (x-1)(x-2)\end{aligned}$$

(2) $(a+b)x + (a+b)y$

$$= (a+b)(x+y)$$

(3) $(x+7)^2 + 6(x+7) - 16$

$$\begin{aligned}&= (x+7+8)(x+7-2) \\ &= (x+15)(x+5)\end{aligned}$$

(4) $(x+y)^2 - 81$

$$= (x+y+9)(x+y-9)$$

問3 次の□にあてはまる数や文字を書き入れましょう。

$$\begin{aligned}xy + x + y + 1 &= (xy + x) + (\boxed{y} + \boxed{1}) \\ &= x(\boxed{y} + \boxed{1}) + (\boxed{y} + \boxed{1}) \\ &= (\boxed{y} + \boxed{1})(x + 1)\end{aligned}$$

問2 次の式を因数分解しましょう。

(1) $xy - x + y - 1$

$$\begin{aligned}&= (xy - x) + (y - 1) \\ &= x(y - 1) + (y - 1) \\ &= (y - 1)(x + 1)\end{aligned}$$

(2) $ax + 3x - a - 3$

$$\begin{aligned}&= (ax + 3x) - (a + 3) \\ &= x(a + 3) - (a + 3) \\ &= (a + 3)(x - 1)\end{aligned}$$

「因数分解」について、まとめましょう。

(例) どんな自然数も、素数の積の形で表すことができる。

共通な因数があるときは、その因数をくり出してから因数分解をする。

公式を利用すると、簡単に因数分解できるものがある。

2 因数分解

確かめよう

1 90を素因数分解しましょう。

$$90 = 2 \times 3^2 \times 5$$

問2 次の式を因数分解しましょう。

(1) $7ax + 2ay - 9a$

$$= a(7x + 2y - 9)$$

(2) $12x^2 - 8xy$

$$= 4x(3x - 2y)$$

問3 次の式を因数分解しましょう。

(1) $x^2 + 7x + 6$

$$= (x + 1)(x + 6)$$

(2) $x^2 - x - 12$

$$= (x + 3)(x - 4)$$

(3) $x^2 + 10x + 25$

$$= (x + 5)^2$$

(4) $x^2 - 16x + 64$

$$= (x - 8)^2$$

(5) $x^2 - 81$

$$= (x + 9)(x - 9)$$

(6) $9 - a^2$

$$= (3 + a)(3 - a)$$

問4 次の式を因数分解しましょう。

(1) $x^2 - 4xy + 4y^2$

$$= (x - 2y)^2$$

(2) $36 - 9a^2$

$$= 9(4 - a^2)$$

$$= 9(2 + a)(2 - a)$$

(3) $ax^2 + 4ax - 12a$

$$= a(x^2 + 4x - 12)$$

$$= a(x + 6)(x - 2)$$

(4) $(a + b)x - (a + b)y$

$$= (a + b)(x - y)$$