

2 式の利用

1 文字式による説明(1)

教科書p. 26～27

Q 6, 7, 8のような連続する3つの整数の和を求めましょう。それらの和には、共通するどんな性質があるかを書きましょう。

$$6+7+8=\boxed{21}$$

$$10+11+12=\boxed{33}$$

$$23+24+25=\boxed{72}$$

(例) 3の倍数になっている。

中央の数の3倍になっている。

問1 連続する3つの整数の和は3の倍数であることを、次のように文字式を使って説明しました。

\square にあてはまるものを書き入れましょう。

連続する3つの整数のうち、もっとも小さい整数を n とすると、連続する3つの整数は、 n ,

$\boxed{n+1}$, $\boxed{n+2}$ と表される。それらの和は、

$$\begin{aligned} n+(\boxed{n+1})+(\boxed{n+2}) &= 3n+3 \\ &= 3(\boxed{n+1}) \end{aligned}$$

$\boxed{n+1}$ は整数だから、 $\boxed{3(n+1)}$ は3の倍数である。

したがって、連続する3つの整数の和は3の倍数である。

問2 問1の説明で、連続する3つの整数の和が $3(n+1)$ となることから、3の倍数であることのほかに、どんなことがわかるでしょうか。

中央の数の3倍である。

問3 2桁の自然数と、その十の位の数と一の位の数を入れかえてできる自然数との和は、ある数の倍数になります。どんな数の倍数になるでしょうか。

11の倍数になる。

問4 2桁の自然数と、その十の位の数と一の位の数を入れかえてできる自然数との和が11の倍数になることを、2桁の自然数の十の位を a 、一の位を b として、文字式を使って説明しましょう。

2桁の自然数の十の位の数を a 、一の位の数を b とすると、

もとの数は、 $10a+b$

入れかえてできる数は、 $10b+a$

と表される。この2数の和は、

$$\begin{aligned} (10a+b)+(10b+a) &= 11a+11b \\ &= 11(a+b) \end{aligned}$$

$a+b$ は整数だから、 $11(a+b)$ は11の倍数である。

したがって、2桁の自然数と、その十の位の数と一の位の数を入れかえてできる自然数との和は、11の倍数である。

2 式の利用

1 文字式による説明(2)

教科書p. 27～29

問1 2桁の自然数と、その十の位の数と一の位の数を入れかえてできる自然数との差について、どんなことがいえるでしょうか。また、そのことを文字式を使って説明しましょう。

9の倍数になる。

〈説明〉

2桁の自然数の十の位の数を a 、一の位の数を b とすると、

もとの数は、 $10a+b$

入れかえてできる数は、 $10b+a$

と表される。この2数の差は、

$$(10a+b)-(10b+a)=9a-9b=9(a-b)$$

$a-b$ は整数だから、 $9(a-b)$ は9の倍数である。したがって、2桁の自然数と、その十の位の数と一の位の数を入れかえてできる自然数との差は、9の倍数である。

問2 偶数と奇数の和は奇数であることを、文字式を使って、次のように説明しました。にあてはまる式やことばを入れ、説明を完成させましょう。

m 、 n を整数とすると、偶数は $2m$ 、奇数は $2n+1$ と表される。

偶数と奇数の和は、

$$\begin{aligned} & 2m+(2n+1) \\ &= 2m+2n+1 \\ &= 2(\text{ } m+n \text{ })+1 \end{aligned}$$

$m+n$ は整数だから、 $2(m+n)+1$ は奇数である。

したがって、 偶数と奇数の和は奇数である。

問3 奇数と奇数の和は偶数であることを、文字式を使って、説明しましょう。

m 、 n を整数とすると、2つの奇数は $2m+1$ 、 $2n+1$ と表される。

2つの奇数の和は、

$$\begin{aligned} & (2m+1)+(2n+1) \\ &= 2m+2n+2 \\ &= 2(m+n+1) \end{aligned}$$

$m+n+1$ は整数だから、 $2(m+n+1)$ は偶数である。

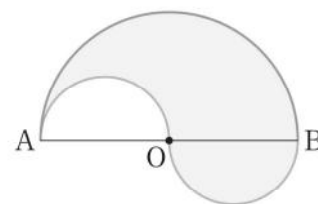
したがって、奇数と奇数の和は偶数である。

2 式の利用

1 文字式による説明(3)

教科書p.30

問1 右の図で、点Oは線分ABの中点です。このとき、AO、BOをそれぞれ直径とする2つの半円の弧の長さの和は、ABを直径とする半円の弧の長さと同じになります。このことを、次のように説明しました。□にあてはまる式やことばを入れ、説明を完成させましょう。



AO = a とすると、AO を直径とする半円の弧の長さは、

$$\left(\pi \times a \right) \times \frac{1}{2}$$

点Oは、線分ABの中点であるから、

$$AO = \boxed{BO}$$

したがって、AO、BOをそれぞれ直径とする2つの半円の弧の長さは **等しく**、それらの和は、

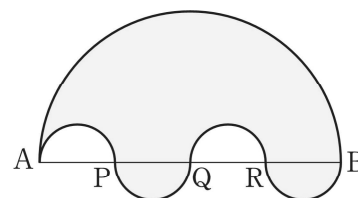
$$\left(\pi \times a \right) \times \frac{1}{2} \times 2 = \boxed{\pi a} \quad \text{①}$$

また、AB = 2a であるから、ABを直径とする半円の弧の長さは、

$$\left(\pi \times 2a \right) \times \frac{1}{2} = \boxed{\pi a} \quad \text{②}$$

①と②が等しいから、AO、BOをそれぞれ直径とする2つの半円の弧の長さの和は、ABを直径とする半円の弧の長さと **等しい**。

問2 右の図で、AP = PQ = QR = RB のとき、AP、PQ、QR、RBをそれぞれ直径とする4つの半円の弧の長さの和は、ABを直径とする半円の弧の長さと等しくなることを、文字式を使って説明しましょう。



AP = a とすると、AP を直径とする半円の弧の長さは、

$$\left(\pi \times a \right) \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \pi a$$

AP = PQ = QR = RB であるから、AP、PQ、QR、RBをそれぞれ直径とする4つの半円の弧の長さは等しく、それらの和は、

$$\frac{1}{2} \pi a \times 4 = 2\pi a \quad \text{①}$$

また、AB = 4a であるから、ABを直径とする半円の弧の長さは、

$$\left(\pi \times 4a \right) \times \frac{1}{2} = 2\pi a \quad \text{②}$$

①、②から、

$$\widehat{AP} + \widehat{PQ} + \widehat{QR} + \widehat{RB} = \widehat{AB}$$

したがって、AP、PQ、QR、RBをそれぞれ直径とする4つの半円の弧の長さの和は、ABを直径とする半円の弧の長さと等しい。

2 式の利用

2 等式の変形(1)

教科書p. 31

Q 次の(1)～(3)は、道のり、速さ、時間の関係を表したものです。□にあてはまる記号を入れましよう。

(1) (道のり) = (速さ) \times (時間)

(2) (速さ) = (道のり) \div (時間)

(3) (時間) = (道のり) \div (速さ)

問1 気温は、地上から11kmまでは、1km上昇するごとにほぼ6°Cずつ下がります。いま、地上の気温を18°C、地上 x kmの気温を y °Cとすると、 x と y の関係は、 $y = 18 - 6x$ と表すことができます。この式を、 x を求める式に直しましょう。

$$y = 18 - 6x$$

$$6x = 18 - y$$

$$x = \frac{18 - y}{6}$$

Qのように、道のり、速さ、時間の何を求めたいかによって、関係を表した式を変形することができる。

問1のように、等式 $y = 18 - 6x$ を変形して $x = \frac{18 - y}{6}$ を導くことを、 $y = 18 - 6x$ を x について解くという。

$x = \frac{18 - y}{6}$ は、 $x = 3 - \frac{1}{6}y$ や $x = -\frac{1}{6}y + 3$ と書いてもよい。

問2 問1で、気温が6°C、-30°Cになるのは、それぞれ地上何kmでしょうか。

6°C(**2km**) -30°C(**8km**)

問3 次の等式を[]内の文字について解きなさい。

(1) $x - y = 8$ [x]

$$x = 8 + y$$

(2) $y = 12 - 4x$ [x]

$$x = \frac{12 - y}{4}$$

(3) $6x + 2y = 10$ [y]

$$y = 5 - 3x$$

(4) $3x - y = 5$ [y]

$$y = -5 + 3x$$

2 式の利用

2 等式の変形(2)・確かめよう

教科書p. 32

問1 三角形の面積の公式 $S = \frac{1}{2}ah$ を h について解きましょう。

$$h = \frac{2S}{a}$$

問2 問1で求めた式を使って、面積 42 cm^2 、底辺 12 cm の三角形の高さを求めましょう。

(**7cm**)

問3 次の等式を [] 内の文字について解きましょう。

(1) $V = \frac{1}{3}Sh$ [h]

(2) $\ell = 2(a+b)$ [a]

(3) $S = \frac{(a+b)h}{2}$ [a]

$$h = \frac{3V}{S}$$

$$a = \frac{\ell}{2} - b$$

$$a = \frac{2S}{h} - b$$

「式の利用」について、まとめましょう。

(例) 文字式を使うと、性質などを一般的に説明することができる。

文字式では、数量の関係などを簡潔に表すことができる。

文字式は、目的に応じて式を変形することができる。

1 5, 7のような連続する2つの奇数について、次の問いに答えなさい。

(1) n を整数として、小さい方の奇数を $2n+1$ とすると、大きい方の奇数はどのように表すことができるでしょうか。 (**$2n+3$**)

(2) これらの連続する2つの奇数の和は4の倍数になることを、文字式を使って説明しましょう。

n を整数とすると、連続する2つの奇数は、 $2n+1$ 、 $2n+3$ と表される。2つの奇数の和は、

$$(2n+1) + (2n+3)$$

$$= 4n+4$$

$$= 4(n+1)$$

$n+1$ は整数だから、 $4(n+1)$ は4の倍数である。

したがって、連続する2つの奇数の和は4の倍数である。

2 次の等式を [] 内の文字について解きましょう。

(1) $4x - y = 8$ [x]

(2) $m = \frac{a+b}{2}$ [a]

$$x = \frac{8+y}{4}$$

$$a = 2m - b$$